Kämpfen, kratzen, beißen

Binomialkoeffizient

Der Binomialkoeffizient gibt die Anzahl der Möglichkeiten, eine Anzahl von k identischen Kugeln auf n Plätze zu verteilen.

Beispiel: 3 rote & 1 grüne Kugel auf 4 Plätze zu verteilen → Wie viele Anordnungen gibt es?

rrrg, rrgr, rgrr, grrr => 4 Möglichkeiten

Bei hohen Zahlen ist es schwierig alle Möglichkeiten aufzuschreiben

$\binom{n}{k}$ ist der Binomialkoeffizient und berechnet die Anzahl der Möglichkeiten. Er wird als „n über k" gelesen.

n: Anzahl Versuche

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

k: Anzahl Treffer

n! heißt, dass alle Zahlen von 1 bis dahin multipliziert werden

$5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$

Es heißt: „5 Fakultät"

3 Kugeln auf 4 Felder: $\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!\,(4-3)!} = \frac{\cancel{1\cdot 2\cdot 3}\cdot 4}{\cancel{1\cdot 2\cdot 3}\cdot 1!} = 4$

Für 0! gilt: $0! = 1$

TI-nspire	Casio
ncr(zahl für n, zahl für k)	OPTN → ▷ → PROB → zahl für n → nCr → zahl für k
Geogebra – CAS nCr(<zahl n>,<zahl k>)	

Bernoulli – Wahrscheinlichkeiten

Eigenschaften:
- Es gibt nur noch Treffer und Niete
- Die Trefferwahrscheinlichkeit bleibt immer gleich

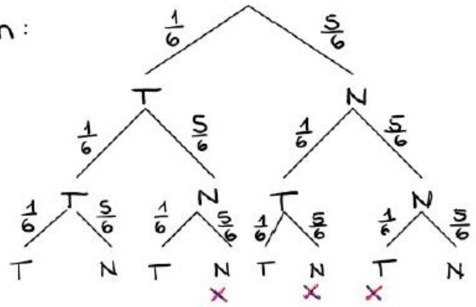
Bernoulli-Formel: $P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

$P(X=k) \;\hat{=}\;$ Wahrscheinlichkeit bei n Versuchen k Treffer zu landen
$n \;\hat{=}\;$ Anzahl der Versuche
$k \;\hat{=}\;$ Anzahl der Treffer
$p \;\hat{=}\;$ Trefferwahrscheinlichkeit
$q \;\hat{=}\;$ Gegenwahrscheinlichkeit

Beispiel: Bei 4 Würfen genau 1x eine 6 würfeln

$X \;\hat{=}\;$ Anzahl der 6en
$n = 4, \quad k = 1$
$p = \frac{1}{6}, \quad q = \frac{5}{6}$

Baum:



Es werden nur die Pfade (×) gewähl, in denen 1x T vorkommt. Also kommt die $\frac{1}{6}$ auch immer nur genau einmal vor $\Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^1$

Die restlichen Wahrscheinlichkeiten entsprechen der Gegenwahrscheinlichkeit. Wenn ich bei 3 Versuchen 1en Treffer landen will, muss ich $3-1 = n-k = 2$ Nieten haben $\Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^{3-1}$

Im Anschluss muss ich die drei markierten Pfade addieren. Da die Wahrscheinlichkeiten identisch sind, kann ich auch $3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{3-1}$ rechnen.
Die 3 entspricht der Anzahl an Möglichkeiten 1en Treffer auf 3 Felder zu verteilen $\binom{3}{1} = \binom{n}{k}$

TI-nspire	CASIO	Geogebra CAS
binompdf(n;p;k) Eselsbrücke: Nilpferde pupsen knuffig!	OPTN → STAT → DIST → BINOMIAL → Bpd $(\underbrace{k, n, p})$ alphabetische Reihenfolge	Binomial$(\underbrace{n, p, k}_{\text{Zahlenwerte}}$, false)